Prof. Dr. Alfred Toth

Ränder und Permutationen

1. Während eine geordnete Menge von 2 Elementen, wie z.B.

$$S = \langle a, b \rangle$$

durch Anwendung des in Toth (2014a) eingeführten Einbettungsoperators auf 2 mal 2 mögliche Strukturen

$$S_1 = [a, [b]]$$
 $S_2 = [[b], a]$

$$S_3 = [[a], b]$$
 $S_4 = [b, [a]]$

abgebildet werden kann, kann eine Menge von 3 Elementen wie z.B.

$$T = \langle a, b, c \rangle$$

natürlich zunächst auf 2 mal 3 mögliche Einbettunsgstrukturen abgebildet werden

$$T_1 = [[a], b, c]$$
 $T_2 = [c, b, [a]]$

$$T_3 = [a, [b], c]$$
 $T_4 = [c, [b], a]$

$$T_5 = [a, b, [c]]$$
 $T_6 = [[c], b, a],$

allerdings nur dann, wenn nicht alle 3 Elemente paarweise in einer hierarchischen Austauschrelationen stehen. Es ist daher leicht zu sehen, daß das obigen Sextupel der Einführung von E widerspricht, weil T_1 ... T_6 gemischte hierarchisch-heterarchische Austauschrelationen aufweisen.

2. Stattdessen müssen wir also ausgehen von

$$T_1 = [[[a], b], c]$$
 $T_2 = [c, [b, [a]]]$

und erhalten weitere Einbettungsstrukturen ohne Bildung zusätzlicher Ränder nur durch Permutation solcher "verschachtelter" hierarchischer Relationen, d.h. wir bekommen für geordnete Tripel 3! = 6 Paare von Ein-

bettungsstrukturen, neben dem soeben hingeschriebenen Paar also noch die folgenden weiteren fünf Paare

$$T_3 = [[[a], c], b]$$
 $T_4 = [b, [c, [a]]]$
 $T_5 = [[[b], a], c]$ $T_6 = [c, [a, [a]]]$
 $T_7 = [[[b], c], a]$ $T_8 = [a, [c, [b]]]$
 $T_9 = [[[c], a], b]$ $T_{10} = [b, [a, [c]]]$
 $T_{11} = [[[c], b], a]$ $T_{12} = [a, [b, [c]]]$

Es besteht also offenbar eine Beziehung zwischen n-tupeln, durch E erzeugten hierarchischen Austauschrelationen und Permutationen der Elemente von Mengen, insofern man durch Anwendung von E genau die doppelte Anzahl von Strukturen von n-tupeln erhält. (Man kann leicht beweisen, daß dies ein Satz der Arithmetik ist.)

3. Es dürfte dem Lesenden nicht entgangen sein, daß unsere Menge T, notiert in der Ordnung

$$T = [a, [b, [c]]],$$

der Ordnungsstruktur der von Bense (1979, S. 53) definierten Zeichenrelation isomorph ist, die wir in der Form

$$Z = [M, [0, [I]]]$$

schreiben können. Da nun die M, O und I vermöge der von Bense (1975, S. 101) eingeführten semiotischen Matrix qua kartesische Produkte als semiotische Subrelationen definiert sind, stellen also M, O und I jeweils wiederum dyadische Strukturen der Form $S = \langle a.b \rangle$ mit $E(S) = \{[[a], b], [b, [a]], [[b], a], [a, [b]]\}$ dar (vgl. Toth 2014b), d.h. a, b und c im verdoppelten Sextupel permutierter Ränder in unserem obigen Schema können in jeder dieser 12 Strukturen wiederum auf 4-fache Weise als Sub-Randrelationen erscheinen. Das bedeutet also, daß man im folgenden verdoppelten Sextupel

$$Z_1 = [[[I], O], M]$$

$$Z_1 = [[[I], O], M]$$
 $Z_2 = [M, [O, [I]]]$

$$Z_3 = [[[I], M], O]$$
 $Z_4 = [O, [M, [I]]]$

$$Z_4 = [0, [M, [I]]]$$

$$Z_5 = [[[O], I], M]$$

$$Z_5 = [[[O], I], M]$$
 $Z_6 = [M, [I, [O]]]$

$$Z_7 = [[[0], M], I]$$

$$Z_7 = [[[O], M], I]$$
 $Z_8 = [I, [M, [O]]]$

$$Z_9 = [[[M], I], O]$$

$$Z_9 = [[[M], I], O]$$
 $Z_{10} = [O, [I, [M]]]$

$$Z_{11} = [[[M], O], I]$$
 $Z_{12} = [I, [O, [M]]].$

$$Z_{12} = [I, [0, [M]]].$$

jeweils gemäß den Abbildungen

$$\alpha$$
: $(M \rightarrow 0)$

$$\beta$$
: $(0 \rightarrow I)$

$$\alpha^{\circ}\beta^{\circ}$$
: $(I \rightarrow M)$

folgende Quadrupel von Sub-Randrelationen einsetzen kann

[[M], I]

[M, [I]].

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Einbettungsstufen in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

9.11.2014